

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения  
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и  
методической работе

\_\_\_\_\_ Е.А. Каменева

21.02.2023 г.

**Михайлова С.С.**

**ОСНОВЫ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ**

**Рабочая программа дисциплины  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
09.03.03 - Прикладная информатика,  
ОП "Прикладные информационные системы в экономике и финансах"**

*Рекомендовано Ученым советом  
Факультета информационных технологий и анализа больших данных  
(протокол №29 от 14.02.2023 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного  
Департамента анализа данных и машинного обучения  
(протокол №5 от 21.11.2022 г.)*

**Москва 2023**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины .....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине .....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	2
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий .....	3
5.1. Содержание дисциплины.....	4
5.2. Учебно–тематический план.....	6
5.3. Содержание семинаров, практических занятий .....	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы .....	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	12
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	13
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	25
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	25
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	27
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем .....	29
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	30

## 1. Наименование дисциплины

«Основы численных методов».

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКН-1	Способность применять общенаучные, общетехнические знания, математические методы в сфере ИТ	1. Демонстрирует знания о современных естественнонаучных концепциях, общетехнических подходах, методах математического анализа и моделирования.	<b>Знать:</b> свойства объекта математического моделирования и методы их исследования с целью интерпретации экспериментальных данных <b>Уметь:</b> анализировать экспериментальные данные исследуемого объекта, использовать методы статистического анализа, регрессионного анализа с целью выявления особенностей в экспериментальных данных для оценки применимости полученной информации
		2. Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения	<b>Знать:</b> основные методы исследования математических моделей, численного анализа и программирования; теоретические основы создания программных комплексов. <b>Уметь:</b> применять полученные теоретические знания в области математического моделирования для решения научно - практических задач; использовать современные средства создания комплексов программ.

## 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы численных методов» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 09.03.03 – Прикладная информатика, ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах».

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся**

*Очная форма обучения / очно-заочная форма обучения*

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 7 / 8 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>3/108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа - Аудиторные занятия</b>	<b>34</b>	<b>34</b>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>18</i>	<i>18</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>74</b>	<b>74</b>
Вид текущего контроля		контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		зачет

*Институт онлайн-образования, заочная форма обучения*

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 8 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>3/108</b>	<b>3/108</b>
<b>Контактная работа - Аудиторные занятия</b>	<b>12</b>	<b>12</b>
<i>Лекции</i>	<i>4</i>	<i>4</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>8</i>	<i>8</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>96</b>	<b>96</b>
Вид текущего контроля		контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		экзамен

**5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

## **5.1. Содержание дисциплины**

### **Тема 1. Элементарная теория погрешностей**

Основные понятия теории погрешностей. Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности чисел. Десятичная запись приближенного числа и правила округления. Понятие значащей цифры приближенного числа. Связь между количеством верных знаков и погрешностью приближенного числа. Погрешности суммы и разности. Погрешность произведения и число верных знаков его. Погрешность частного. Число верных знаков частного. Относительные погрешности степени и корня. Общая формула для погрешности вычислений. Обратная задача теории погрешностей.

Представление чисел в ЭВМ. Мантисса, порядок, числа с плавающей запятой. Машинный ноль. Понятие алгоритма.

### **Тема 2. Методы решения систем линейных уравнений**

Общая характеристика методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Совместные и несовместные системы. Теорема Кронекера – Капелли. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и с помощью обратной матрицы. Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса). Вычисление определителей и обращение матрицы методом Гаусса. Вычислительная схема Жордана – Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом квадратных корней и по схеме Холецкого. Метод простой итерации. Условия сходимости итерационного процесса. Приведение системы линейных уравнений к итерационному виду. Оценка погрешности приближений по методу простой итерации. Метод Зейделя и условия его сходимости. Оценка погрешности метода Зейделя.

### **Тема 3. Методы решения нелинейных уравнений**

Общая характеристика методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Графический и аналитический способы отделения корней нелинейного уравнения. Метод половинного деления. Метод хорд и оценка его абсолютной погрешности. Метод касательных (метод Ньютона). Оценка абсолютной погрешности метода касательных. Метод секущих. Комбинированный метод хорд и касательных. Метод параболической аппроксимации. Метод простой итерации.

Условия сходимости итерационного процесса. Геометрическая интерпретация метода итераций и оценка его погрешности. Преобразование нелинейного уравнения к итерационному виду. Использование метода итераций для решения систем нелинейных уравнений и условия его сходимости. Метод Ньютона – Рафсона. Общие свойства алгебраических уравнений. Основная теорема алгебры. Определение числа действительных корней алгебраического уравнения (теорема Декарта). Система Штурма. Нахождение границ действительных корней алгебраических уравнений (методы кольца, Лагранжа и Ньютона). Метод Горнера уточнения действительных корней алгебраического уравнения.

#### **Тема 4. Методы интерполирования и экстраполяции функций**

Основные понятия теории приближения функций. Общий метод интерполирования при помощи многочленов. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Линейная и квадратичная интерполяция. Конечные разности и их свойства. Таблицы конечных разностей. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона. Центральные разности. Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга и Бесселя. Оценка погрешности интерполяционных формул для равноотстоящих узлов. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа. Интерполяционная формула Лагранжа для равноотстоящих узлов. Разделенные разности и их свойства. Таблица разделенных разностей. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов. Интерполяция кубическими сплайнами. Обратное интерполирование. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.

#### **Тема 5. Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы**

Характеристический многочлен и методы определения его коэффициентов. Метод непосредственного разворачивания. Метод Крылова. Метод Данилевского. Метод интерполяции.

#### **Тема 6. Численное дифференцирование и интегрирование функций**

Общая характеристика методов численного дифференцирования функций. Приближенное дифференцирование на основе интерполяционных формул. Оценка погрешности методов численного дифференцирования. Общая характеристика

методов численного интегрирования функций. Понятие квадратурной формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса. Формула трапеций и ее остаточный член. Формула Симпсона и оценка ее погрешности. Формулы Ньютона – Котеса высших порядков. Общая формула трапеций и ее геометрический смысл. Общая формула Симпсона, ее геометрическая интерпретация и оценка погрешности. Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса. Остаточный член формулы Гаусса.

### **Тема 7. Ряды Фурье**

Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Численный гармонический анализ. Тригонометрическое интерполирование. Численные методы определения коэффициентов Фурье.

### **Тема 8. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений**

Общая характеристика методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Эйлера и его геометрический смысл. Модифицированный метод Эйлера. Метод Эйлера – Коши и его геометрическая интерпретация. Методы Рунге – Кутты. Решение систем дифференциальных уравнений методом Рунге – Кутты четвертого порядка. Экстраполяционный метод Адамса. Использование метода Адамса для решения систем дифференциальных уравнений. Метод Милна. Оценка погрешности методов приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

## **5.2. Учебно–тематический план**

*Очная форма обучения, очно-заочная форма обучения*

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоят ельная работа	
			Об щая, в т.ч.:	Лек ции	Семинары, практическ ие занятия		
1	Элементарная теория погрешностей	13	4	2	2	9	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на

2.	Методы решения систем линейных уравнений	13	4	2	2	9	практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
3.	Методы решения нелинейных уравнений	13	4	2	2	9	
4.	Методы интерполирования и экстраполяции функций	13	4	2	2	9	
5.	Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы	13	4	2	2	9	
6.	Численное дифференцирование и интегрирование функций	14	4	2	2	10	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
7.	Ряды Фурье	13	4	2	2	9	
8.	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	16	6	2	4	10	
	В целом по дисциплине	108	34	16	18	74	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		31	47	53	69	

*Институт онлайн- образования, заочная форма обучения*

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоят ельная работа	
			Об щая, в т.ч.:	Лек ции	Семинары, практическ ие занятия		
1	Элементарная теория погрешностей	13	1	-	1	12	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
2	Методы решения систем линейных уравнений	13	1	-	1	12	
3	Методы решения нелинейных уравнений	14	2	1	1	12	
4	Методы интерполирования	14	2	1	1	12	



	и экстраполяции функций						Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
5	Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы	13	1	-	1	12	
6	Численное дифференцирование и интегрирование функций	14	2	1	1	12	
7	Ряды Фурье	13	1	-	1	12	
8	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	14	2	1	1	12	Согласно учебному плану: контрольная работа
	В целом по дисциплине	108	12	4	8	96	
	Итого в %		11	33	67	89	

### 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Элементарная теория погрешностей	Определение абсолютной и относительной погрешности. Оценка погрешностей суммы, произведения, частного, степени и корня. Правила подсчета цифр.(8,1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;  -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям;  - выполнение домашних заданий
Методы решения систем линейных уравнений	Метод Гаусса. Модификации схемы единственного деления. Метод прогонки. Итерационные методы. Метод Зейделя. Оценка погрешности методов. (8,1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;  -изучение рекомендованных к занятию литературных источников;

		<p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
Методы решения нелинейных уравнений	Графический метод решения уравнений и систем. Отделение корней. Уточнение корней. Метод проб. Метод хорд. Метод Ньютона. Комбинированный метод. Метод итерации. (8,1)	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
Методы интерполирования и экстраполяции функций	Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности. Первая и Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции. (8,1)	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы	Определение собственных значений и собственных векторов матриц. Метод непосредственного разворачивания. Вычисление собственных векторов по методу Крылова. Метод Данилевского. (8,1)	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
Численное дифференцирование и интегрирование функций	Простейшие квадратурные формулы. Квадратурная формула Чебышева, Гаусса. (8,1)	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p>

		-подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий
Ряды Фурье	Численный гармонический анализ. Схема Рунге (8, 1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий
Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод конечных разностей. Аппроксимация и устойчивость. Порядок метода. Метод Рунге оценки погрешности. Методы минимизации невязки. Методы коллокации, наименьших квадратов. (8, 1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Элементарная теория погрешностей	Процесс округления чисел. Проблема сходимости. Число верных знаков и погрешность.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

Методы решения систем линейных уравнений	Сравнение итерационных методов. Обусловленность задач линейной алгебры.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Методы решения нелинейных уравнений	Модификации метода Ньютона. Итерационные методы для решения систем нелинейных уравнений.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Методы интерполирования и экстраполяции функций	Точность интерполяции. Кусочная интерполяция.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы	Метод вращений для нахождения собственных значений	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Численное дифференцирование и интегрирование функций	Типы и классификации ошибок численного интегрирования. Неявные методы интегрирования дифференциальных уравнений.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Ряды Фурье	Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Методы оптимизации функции одной и нескольких переменных. Методы поиска условного экстремума.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

## 6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### *Примерные задания контрольной работы*

1. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблично:

x	-2	-1	2	3
y	-12	-8	3	5

2. Отделить корни уравнения  $x^3 + 4x^2 - 6 = 0$  аналитическим методом.

3. Методом последовательных приближений решить систему:

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 = 26 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 7 \end{cases}$$

4. Определить коэффициенты Фурье используя численные методы

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\pi} & \text{при } 0 \leq x \leq \pi, \\ 1 & \text{при } \pi < x \leq 2\pi. \end{cases}$$

5. Методом Зейделя решить систему:

$$\begin{cases} 7,6x_1 + 0,5x_2 + 2,4x_3 = 1,9 \\ 2,2x_1 + 9,1x_2 + 4,4x_3 = 9,7 \\ -1,3x_1 + 0,2x_2 + 5,8x_3 = -1,4 \end{cases}$$

6. Функция  $y = f(x)$  задана таблично:

x	1,522	1,523	1,524
y	20,477	20,906	21,354

Определить её значение в точке  $x = 1,5228$  с помощью первой интерполяционной формулы Ньютона.

7. Дано дифференциальное уравнение  $y' = y - x$  с начальным условием  $y(0)=1,5$ .

Вычислить с точностью до  $\varepsilon = 0,01$  решение этого уравнения при  $x=0,5$ .

Вычисления провести по Методу Рунге-Кутта с двумя запасными знаками.

8. По формуле трапеций вычислить  $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$  полагая  $n=5$ .

9. По формуле Симпсона вычислить  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+9}$  полагая  $2n=10$ .

10. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x+3}$  пользуясь формулой Гаусса при  $n=5$

( $-x_1=x_5=0,906180$ ;  $-x_2=x_4=0,538470$ ;  $x_3=0$ ;  $c_1=c_5=0,236927$ ;  $c_2=c_4=0,478629$ ;  $c_3=0,568889$ ).

11.. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x+3}$  пользуясь формулой Чебышева при  $n=6$

( $-x_1=x_6=0,866247$ ;  $-x_2=x_5=0,422519$ ;  $-x_3=x_4=0,266635$ ).

*Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.*

## **7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в п.2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний**

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Примеры типовых контрольных заданий

ПКН-1	Способность применять общенаучные, инженерные знания, математические методы в сфере ИТ	1. Демонстрирует знания о современных естественнонаучных концепциях, инженерных подходах, методах математического анализа и моделирования.	<p><b>Знать</b></p> <p>свойства объекта математического моделирования и методы их исследования с целью интерпретации экспериментальных данных</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>анализировать экспериментальные данные исследуемого объекта, использовать методы статистического анализа, регрессионного анализа с целью выявления особенностей в экспериментальных данных для оценки применимости полученной информации</p>	<p>1. Функция <math>f(x)</math> задана таблично:</p> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>-3</td><td>3</td><td>11</td></tr></table> <p>Пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа, найти её значения в точке <math>x = 4</math>.</p> <p>Функцию, заданную таблицей, аппроксимировать линейной функцией <math>y = ax + b</math>. Найти сумму квадратов отклонений (Вычисления удобно проводить в таблице). Вычислив выборочный коэффициент корреляции, оценить тесноту линейной связи.</p>	x	0	1	2	6	y	-1	-3	3	11
		x	0	1	2	6								
y	-1	-3	3	11										
2. Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения	<p><b>Знать:</b></p> <p>основные методы исследования математических моделей, численного анализа и программирования; теоретические основы создания программных комплексов.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>применять</p>	<p>Реализовать алгоритм и программу вычисления заданного определенного интеграла по выбранному методу построить графики функций с масштабированием и визуализацией пределов и интервалов интегрирования. Методы решения: трапеций; Симпсона</p> <p>Написать программу для численного решения</p>												

			полученные теоретические знания в области математического моделирования для решения научно - практических задач; использовать современные средства создания комплексов программ.	задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений явным методом Рунге—Кутта четвертого порядка. Продемонстрировать работоспособность этой программы при решении задачи Коши (построить график зависимости решения от $t$ )
--	--	--	--	--

### Примеры тестовых заданий

1)  $a = 2,91385$ ;  $\Delta a = 0,0097$ , тогда в числе  $a$  в широком смысле верны цифры:

- a) 2,9,1
- b) 9,1,3
- c) 1,3,8
- d) нет верных цифр

2) *Выберите два варианта ответа*

Процесс нахождения корней разбивается на два этапа:

- a) отделение корней
- b) нахождение корней
- c) уточнение корней
- d) выбор корней

3) Какой метод является самым точным из всех методов решения уравнений:

- a) метод итераций
- b) метод хорд
- c) метод интерполирования
- d) нет метода

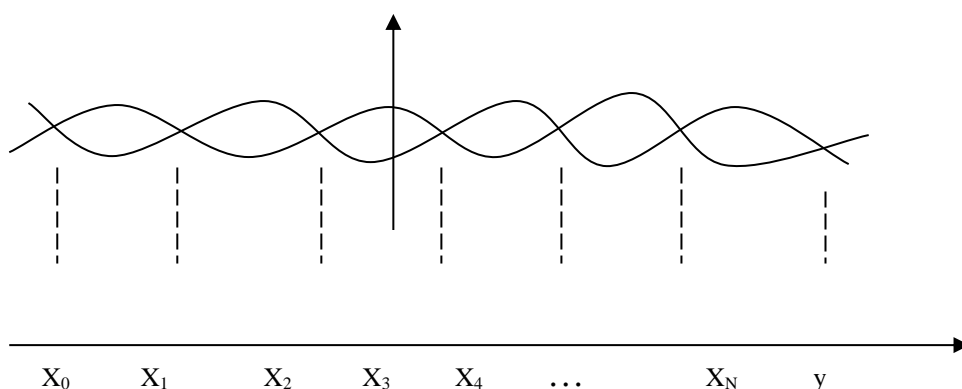


4) Выберите два варианта ответа

К точным методам решения систем линейных алгебраических уравнений относятся:

- a) метод итераций
- b) метод Гаусса
- c) метод Крамера
- d) метод Зейделя

5) В геометрической интерпретации точки  $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  называются:



- a) узлы интерполирования
- b) узлы интерполяризации
- c) узлы интерполяции
- d) узлы итерации

6) К интерполированию не относятся:

- a) многочлен Лагранжа
- b) первый многочлен Ньютона
- c) многочлен Ларанжа
- d) второй многочлен Ньютона

7) Выберите два варианта ответа

При решении нелинейных уравнений методом итераций, итерационная последовательность бывает:

- a) сходящаяся
- b) возрастающая
- c) убывающая
- d) расходящаяся

### **Примерные вопросы для подготовки к зачету**

1. Точные и приближённые числа. Источники погрешностей.
2. Точные и приближённые числа. Классификация погрешностей.
3. Абсолютная и относительная погрешность. Правила округления чисел.
4. Значащая цифра числа. Верная значащая цифра. Правила округления чисел.
5. Погрешности суммы (слагаемые имеют одинаковые знаки).
6. Погрешности суммы (слагаемые имеют разные знаки).
7. Погрешности произведения.
8. Число верных знаков произведения.
9. Погрешности частного.
10. Число верных знаков частного.
11. Погрешности степени и корня.
12. Алгебраические и трансцендентные уравнения. Общие методы решения нелинейных уравнений.
13. Графические методы решения нелинейных уравнений.
14. Отделение корней. Графический метод отделения корней.
15. Отделение корней. Аналитический метод отделения корней.
16. Уточнение корней методом проб.
17. Нахождение корней уравнений методом последовательных приближений (итераций).
18. Геометрическая интерпретация метода итераций.
19. Приближённое решение систем уравнений. Метод Ньютона для решения системы двух уравнений.

20. Общие свойства алгебраических уравнений. Определение числа действительных корней алгебраического уравнения.
21. Вычисление значений многочлена. Теорема Безу.
22. Схема Горнера для вычисления значений многочлена.
23. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
24. Метод последовательного исключения переменных для приближённого решения систем линейных уравнений.
25. Решение систем линейных уравнений методом последовательных приближений (итераций). Оценка погрешностей.
26. Условия сходимости и оценка погрешности итерационного процесса.
27. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя.
28. Условия сходимости и оценка погрешности процесса Зейделя.
29. Способы задания функций. Математические таблицы.
30. Математическая постановка задачи интерполирования.
31. Интерполяционный многочлен Лагранжа для решения нелинейных уравнений.
32. Оценка погрешности интерполяционного многочлена Лагранжа.
33. Первая интерполяционная формула Ньютона.
34. Вторая интерполяционная формула Ньютона.
35. Оценка погрешности первой интерполяционной формулы Ньютона.
36. Оценка погрешности второй интерполяционной формулы Ньютона.
37. Понятие линейного интерполирования.
38. Линейное интерполирование по Эйткину.
39. Разделённые разности.
40. Интерполяционные формулы Гаусса.
41. Обратное интерполирование. Случай неравноотстоящих узлов интерполирования.
42. Обратное интерполирование. Случай равноотстоящих узлов интерполирования.

## Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие погрешности вычислений. Источники и классификация погрешностей.
2. Абсолютная и относительная погрешности числа.
3. Понятие значащей цифры приближенного числа. Правила округления.
4. Связь между количеством верных знаков и погрешностью приближенного числа.
5. Погрешности суммы и разности.
6. Погрешность произведения и число верных знаков его.
7. Погрешность частного. Число верных знаков частного
8. Относительные погрешности степени и корня.
9. Общая формула для погрешности вычислений.
10. Обратная задача теории погрешностей.
11. Вычисление значений алгебраических полиномов по схеме Горнера.
12. Использование схемы Горнера для нахождения границ действительных корней полиномов.
13. Обобщенная схема Горнера и ее использование для вычисления значений алгебраических полиномов.
14. Вычисление значений аналитических функций с помощью степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.
15. Остаточный член ряда Тейлора в форме Лагранжа и его использование для оценки погрешности вычислений.
16. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Малорена.
17. Алгоритмы вычисления числа  $\pi$ .
18. Основная идея метода последовательных приближений и его использование для вычисления значений функций.
19. Алгоритм вычисления квадратного корня и его геометрический смысл.
20. Приближенное вычисление корня  $n$  – ой степени.

21. Алгоритмы нахождения частного двух чисел и обратной величины по методу последовательных приближений.
22. Общая характеристика методов приближенного решения нелинейных уравнений.
23. Уточнение корней нелинейного уравнения методом половинного деления.
24. Метод хорд и оценка его абсолютной погрешности.
25. Метод касательных и оценка его абсолютной погрешности. Метод секущих.
26. Уточнение корней нелинейного уравнения комбинированным методом хорд и касательных.
27. Уточнение корней нелинейного уравнения методом параболической аппроксимации.
28. Метод простой итерации и его геометрический смысл. Условия сходимости итерационного процесса.
29. Использование метода итераций для решения систем нелинейных уравнений и условия его сходимости.
30. Уточнение корней системы нелинейных уравнений методом Ньютона – Рафсона.
31. Общие свойства алгебраических уравнений. Основная теорема алгебры.
32. Определение числа действительных корней алгебраического уравнения. Система Штурма.
33. Нахождение границ действительных корней алгебраического уравнения методом кольца.
34. Нахождение границ действительных корней алгебраического уравнения методом Лагранжа.
35. Нахождение границ действительных корней алгебраического уравнения методом Ньютона.
36. Уточнение действительных корней алгебраического уравнения методом Горнера.

37. Понятие матрицы и основные операции над ними.
38. Определитель матрицы, его основные свойства и правила вычисления. Теорема о разложении определителя.
39. Обратная матрица и ее свойства. Теорема о существовании обратной матрицы.
40. Треугольные матрицы и их свойства. Определитель треугольной матрицы. Разложение квадратной матрицы на произведение двух треугольных.
41. Обращение матрицы с помощью ее разложения на произведение двух треугольных матриц.
42. Понятие клеточной матрицы. Обращение матрицы с помощью ее разбиения на клетки.
43. Ранг матрицы и методы его вычисления.
44. Общая характеристика методов численного решения систем линейных алгебраических уравнений.
45. Совместные и несовместные системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
46. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.
47. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы.
48. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом последовательного исключения неизвестных.
49. Вычисление определителя матрицы по методу Гаусса.
50. Нахождение обратной матрицы по методу Гаусса.
51. Использование вычислительной схемы Жордана – Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений.
52. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом квадратных корней.
53. Использование схемы Холецкого для решения систем линейных алгебраических уравнений.

54. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Условия сходимости итерационного процесса.
55. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Зейделя и условия его сходимости.
56. Основные понятия теории приближения функций.
57. Общий метод интерполирования при помощи многочленов. Линейная и квадратичная интерполяция.
58. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
59. Конечные разности и их свойства. Таблицы конечных разностей.
60. Первая интерполяционная формула Ньютона и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
61. Вторая интерполяционная формула Ньютона и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
62. Интерполяционные формулы Гаусса и их использование для вычисления приближенных значений функции.
63. Интерполяционная формула Стирлинга и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
64. Интерполяционная формула Бесселя и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
65. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его использование для вычисления приближенных значений функции. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
66. Вычисление лагранжевых коэффициентов по схеме Эйткена.
67. Интерполяционная формула Лагранжа для равноотстоящих узлов и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
68. Разделенные разности и их свойства. Таблицы разделенных разностей.
69. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов и ее использование для вычисления приближенных значений функции.
70. Интерполяция функций кубическими сплайнами.
71. Нахождение корней уравнения методом обратного интерполирования.

72. Общая характеристика задачи аппроксимации функций. Критерии аппроксимации.
73. Принцип наименьших квадратов и его обоснование.
74. Линейная интерполяция функций по методу наименьших квадратов.
75. Квадратичная интерполяция функций по методу наименьших квадратов.
76. Нахождение приближающей функции в виде различных элементарных функций. Линеаризующие преобразования.
77. Ортогональные полиномы Чебышева, принципы их построения и использования для решения задачи приближения функций.
78. Линейная интерполяция функций с использованием ортогональных полиномов Чебышева.
79. Квадратичная интерполяция функций с использованием ортогональных полиномов Чебышева.
80. Интерполяция функций с помощью ортогональных полиномов Чебышева для равноотстоящих узлов.
81. Общая характеристика методов численного дифференцирования функций.
82. Приближенное дифференцирование функций на основе интерполяционных формул Ньютона.
83. Приближенное дифференцирование функций на основе интерполяционных формул Гаусса.
84. Приближенное дифференцирование функций на основе интерполяционной формулы Стирлинга.
85. Приближенное дифференцирование функций на основе интерполяционной формулы Бесселя.
86. Приближенное дифференцирование функций на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
87. Общая характеристика методов численного интегрирования функций. Понятие квадратурной формулы.
88. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса.



89. Общая формула трапеций для численного интегрирования функций и ее геометрический смысл.
90. Вычисление определенного интеграла по общей формуле Симпсона. Геометрическая интерпретация и оценка погрешности формулы Симпсона.
91. Квадратурная формула Чебышева и ее использование для численного интегрирования функций.
92. Вычисление определенного интеграла с использованием квадратурной формулы Гаусса. Остаточный член формулы Гаусса.
93. Общая характеристика методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
94. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
95. Использование метода Эйлера для приближенного решения дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрический смысл метода Эйлера.
96. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера – Коши.
97. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методами Рунге – Кутты.
98. Использование метода Рунге – Кутты четвертого порядка для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
99. Экстраполяционный метод Адамса и его использование для приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
100. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Милна.

### **Пример экзаменационного билета**

1. Вторая интерполяционная формула Ньютона и ее использование для вычисления приближенных значений функции (10 баллов).

2. Вычислить определённый интеграл

$\int_2^8 \sqrt{x+2} dx$ , пользуясь формулой левых прямоугольников при  $n=6$  (20 баллов).

3. Дано дифференциальное уравнение  $y' = y - x$  с начальным условием  $y(0)=1,5$ .

Вычислить с точностью до  $\varepsilon = 0,01$  решение этого уравнения при  $x=0,5$ .

Вычисления провести по Методу Рунге-Кутты с двумя запасными знаками (20 баллов).

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Численные методы : учебник и практикум для вузов / У. Г. Пирумов [и др.]. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/510769> (дата обращения: 06.02.2023). — Текст : электронный.

2. Зенков, А. В. Численные методы : учебное пособие для вузов / А. В. Зенков. — Москва : Юрайт, 2023. — 122 с. — (Высшее образование). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/513646> (дата обращения: 06.02.2023). — Текст : электронный.

### **Дополнительная литература:**

3. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для вузов / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. — 356 с. — (Высшее образование). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/510699> (дата обращения: 06.02.2023). — Текст : электронный.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Личный кабинет обучающегося <https://org.fa.ru>
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
3. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН»  
<http://biblioclub.ru/>
5. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
6. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
7. Электронно-библиотечная система издательства Проспект  
<http://ebs.prospekt.org/books>
8. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам  
Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
13. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
14. Academic Reference <http://ar.cnki.net/ACADREF>
15. Bank Focus <http://library.fa.ru/resource.asp?id=527>
16. Пакет баз данных компании EBSCO Publishing, крупнейшего агрегатора научных  
ресурсов ведущих издательств мира <http://search.ebscohost.com>
17. Электронная коллекция книг издательства Springer: Springer eBooks  
<http://link.springer.com/>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Цель методических рекомендаций – обеспечить студенту бакалавриата (далее – студенту) оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины***

Студентам необходимо ознакомиться:

- с содержанием рабочей программы дисциплины (далее – РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте департамента, с графиком консультаций

преподавателей.

***Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям  
(теоретический курс)***

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания департамента.

Студентам рекомендуется:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных или электронных носителях, представленный лектором на портале. Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам, если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

***Рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям***

Студентам следует:

- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;

- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;

- при подготовке к практическим занятиям следует обязательно использовать не только лекции, но и другую учебную литературу;

- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, при решении задач, заданных для самостоятельного решения;

- в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;
- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

### ***Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельных домашних заданий***

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на семинарах и консультациях неясные вопросы;
- использовать при подготовке нормативные документы Финансового университета;
- при подготовке к экзамену параллельно прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Любая форма самостоятельной работы студента (подготовка к семинарскому занятию, выполнение расчетно-аналитической работы, начинается с изучения соответствующей литературы как в библиотеке, так и дома.

К каждой теме учебной дисциплины подобрана основная и дополнительная литература.

При работе с литературой рекомендуется делать записи. Записи в той или иной форме не только способствуют пониманию и усвоению изучаемого материала, но и

помогают вырабатывать навыки явного изложения в письменной форме тех или иных теоретических вопросов.

### ***Методические указания по проведению практических занятий***

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

*Учебные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
- выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

*Контрольные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проведение аудиторных самостоятельных работ;
- подведение итогов и разбор типичных ошибок, возникших при выполнении самостоятельных работ.

Студенты должны обратить внимание на перечень основных контрольных мероприятий, которые проводятся в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Конкретные сроки проведения этих мероприятий своевременно доводятся до сведения студентов.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

11.1.Комплект лицензионного программного обеспечения:

- Пакет офисных программ
- Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

- Информационно-правовая система «Консультант Плюс»;
- Информационно-правовая система «Гарант»;
- Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
- Система комплексного раскрытия информации «СКРИН»: <https://skrin.ru>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

- не предусмотрены.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для освоения дисциплины возможно использование вычислительных средств – компьютер, смартфон или планшет, в качестве дополнительных инструментов организации и осуществления образовательного процесса.